

Social Issues And the Environment

Acid Rain:- The term acid rain was first used by "Robert Angus" in 1872.

- Literally it means the presence of excessive acids in rain water.

When the quantity of primary pollutants like SO_2 and secondary pollutants like H_2SO_4 , HNO_3 increases in the snow or rain water, the precipitation is called as acid rain.

Acidification of environment is a man made phenomenon. ~~there~~

Formation of Acid Rain:-

The oxides of Nitrogen and sulphur, which are released from the burning of fossil fuel are highly soluble in water.

During rain these oxides react with large quantities of water vapour in the atmosphere to form acid like sulphuric acid, Nitric acid. (-आगे)-

अम्लीय वर्षा:- अम्लीय वर्षा शब्द का प्रयोग पहली बार 1872 में रॉबर्ट एंगस द्वारा किया गया था। शक्ति रूप से इसका अर्थ है, वर्षा जल में अत्यधिक अम्ल की उपस्थिति।

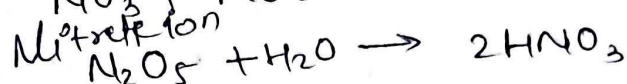
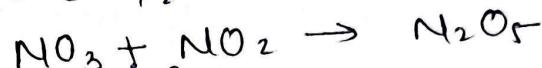
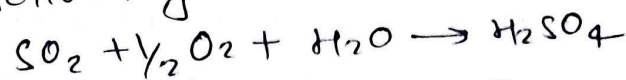
जब दोस ठोस या वाष्प के पानी में प्राथमिक प्रदूषक जैसे SO_2 और द्वितीयक प्रदूषक जैसे H_2SO_4 , HNO_3 की मात्रा बढ़ जाती है, तो वर्षा को अम्लीय वर्षा कहा जाता है। पर्यावरण का अम्लीकरण एक मानव निर्मित घटना है।

अम्लीय वर्षा का बनना:-

जीवाश्म ईंधन के जलने से निकलने वाले नाइट्रोजन और सल्फर के आक्साइड पानी में

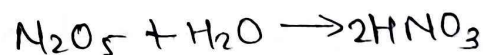
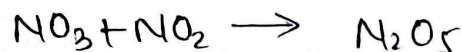
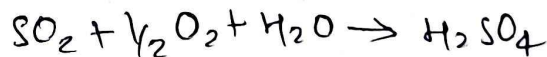
आत्यधिक घुलनशील होते हैं। वाष्प के दौरान ये आक्साइड वायुमंडल में बड़ी मात्रा में जलवाष्प के साथ प्रतिक्रिया करके H_2SO_4 , HNO_3 बनाते हैं।

→ These activities emits the SO_2 , CO , CO_2 gases which react with water vapour in sunlight and forms acid according to following chemical reactions -



Formation and dissolving of these acid in raining water decrease pH to 5 or less which is the cause of acid rain.

→ इन गतिविधियों में SO_2 , CO , CO_2 जैसे उत्सर्जित होते हैं, जो सूर्य के प्रकाश में जलवाष्प के साथ प्रतिक्रिया करती हैं, और नि. लि. रासायनिक प्रतिक्रिया के अनुसार एसिड बनाती हैं।



बरसात के पानी में इन अम्लों के बनने और घुलने से pH घटकर 5 या उससे कम हो जाता है, जो अम्लीय वर्षा का कारण है।

Effects of Acid Rain:-

① Damage to building and structural materials of marble, limestone, sandstone etc. eg- Taj Mahal. Because acid cause weakening of materials and structure.

① संगमरमर, चूना पत्थर, बलुआ पत्थर आदि की स्मारकों और संरचनात्मक सामग्री को नुकसान पहुंचाता है, क्योंकि एसिड 2 और संरचना को कमजोर कर देता है।

② Acid rain tends to increase acidity in the soil, and destroy forest and crop reducing agricultural productivity.

② अम्लीय वर्षा से मिट्टी में अम्लता बढ़ती है। अम्ल वर्षा जंगल और फसल को नष्ट कर देता है, जिससे इस उत्पादकता कम हो जाती है।

③ Foliar damage to crops and forests, leaching of nutrients & its effects, damage to plant growth and photosynthesis.

→ फसलों और जंगलों में पत्तियों की क्षति होती है, इसके प्रभाव से पोषक तत्वों का निक्षालन होगा है तथा पौधों के प्रकाश संश्लेषण में बाधा उत्पन्न होती है।

④ Acidity kills fish, bacteria, algae and the aquatic ecosystem is destroyed.

→ अम्लीयता मछली, बैक्टीरिया, शैवाल और जलीय पारिस्थितिकी तंत्र को नष्ट कर देती है।

⑤ Corrosive damage to steel, zinc oil based paints and auto-mobile coatings.

→ स्टील, जिंक, तेल आधारित पेंट और मोटो जीवाश्म कोटिंग को संक्षारण क्षति होता है।

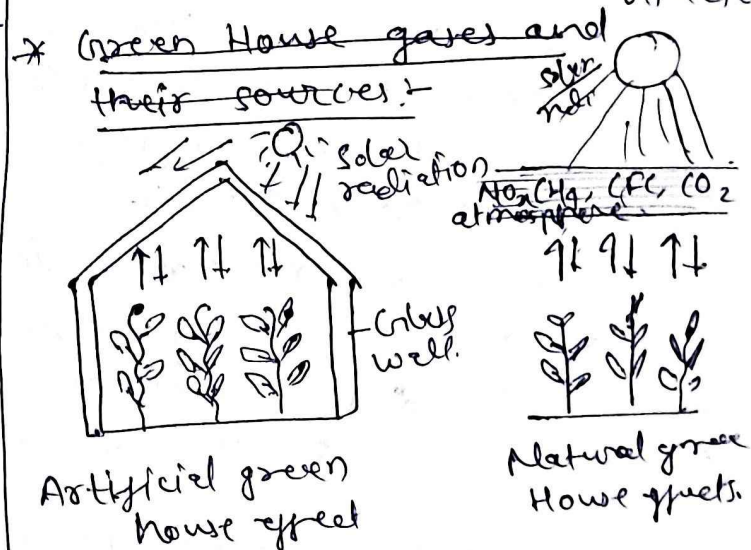
* Green house Effects and Global Warming:-

- Global warming phenomenon is also called as Atmospheric effect or CO₂ problem. The term green house effect was first introduced by J. Fourier in 1827.

Green house effect means "The excessive presence of the gases which blocks the infrared radiations from the earth's surface to the atmosphere leading to an increase in temp. which in turn would make life difficult on earth."

- ग्लोबल वार्मिंग घटना को वायुमंडलीय प्रभाव या CO₂ समस्या भी कहा जाता है। ग्रीन हाउस प्रभाव शब्द पहली बार 1827 में जै फूरियर द्वारा प्रस्तुत किया गया था।

ग्रीन हाउस प्रभाव का अर्थ है, उन गैसों की अत्यधिक उपस्थिति जो पृथ्वी की सतह से वायुमंडल में इन्फ्रारेड विकिरणों को रोकती है, जिससे तापमान में वृद्धि होगी है, जिसके परिणामस्वरूप पृथ्वी पर जीवन कठिन होता जा सकता है।



* Green house gases & their Sources:-

There are four major green house gases, which cause this effect. these are-

- ① CO₂
- ② CH₄
- ③ Nitrous oxide (N₂O)
- ④ chlorofluorocarbons.

Among these CO_2 is the most common and important greenhouse gas.

- Major sources of greenhouse gases are following:-

• ग्रीन हाउस गैसें और उनके स्रोत-

- 4 प्रमुख ग्रीन हाउस गैसें हैं, जो इस प्रभाव का कारण बनती हैं-

- ① CO_2
- ② CH_4
- ③ N_2O
- ④ CFC

इनमें से CO_2 सबसे घातक और महत्वपूर्ण ग्रीन हाउस गैस है।

ग्रीन हाउस गैसों के प्रमुख स्रोत निम्न लिखित हैं-

① A number of industries spread all over the world burn huge quantity of coal, oil and natural gases and large amount of CO_2 , NO , and other undesirable gases through their chimneys into the atmosphere.

① दुनिया भर में कूले कई उद्योग भारी मात्रा में कोयला, तेल और प्राकृतिक गैसों से जलाते हैं, और अपनी चिमनियों के माध्यम से बड़ी मात्रा में CO_2 , NO और अन्य अवांछनीय गैसों वायुमंडल में छोड़ते हैं।

② Power stations based on fossil-fuels are the major sources of man made CO_2 and SO_2 .

② जीवाश्म ईंधन पर आधारित बिजली स्टेशन मानव निर्मित CO_2 और SO_2 के प्रमुख स्रोत हैं।

③ A large fleet of automobiles, railways, air craft etc. use a large quantity of diesel and petrol releasing huge amount of CO_2 and NO_x every year.

③ ऑटोमोबाइल, रेलवे, स्टाई जहाज आदि बहुत भारी मात्रा में डीजल और पेट्रोल का उपयोग करते हैं, जिससे हर साल भारी मात्रा में CO_2 और NO_x निकलता है।

④ Burning of fire woods and deforestation are the major sources for large unoxidized carbon, these trees release carbon as CO after oxidizing it.

④ जलाऊ लकड़ी जलाना और वनों की कटाई अन-ऑक्सीकृत कार्बन के बड़े भंडारण के स्रोत हैं। ये पौधे ऑक्सीकरण के बाद CO के रूप में कार्बन छोड़ते हैं।

⑤ Halogenated gases [CFC] are released to the atmosphere during the operations and maintenance of equipments using these molecules as coolants and propellants.

⑤ शीतलक के रूप में इन अणुओं का उपयोग करके उपकरणों के संचालन और रख रखाव के दौरान CFC जैसे वायुमंडल में छोड़े जाते हैं।

Effects of Global Warming:- (4)

① Increase in temperature the rising temperature of the earth's surface cause more evaporation of surface water, leading to further temperature increase.

① पृथ्वी के सतह के बढ़ते तापमान के कारण सतह के पानी का अधिक वाष्पीकरण होगा है जिससे तापमान में और वृद्धि होती है।

② If earth temperature increases by 2°C to 4.5°C It will result in recession of many glaciers, melting of ice caps in the polar regions and disappearance of ice of the globe.

② यदि पृथ्वी का तापमान 2°C से 4.5°C तक बढ़ जाय है, जिसके परिणाम स्वरूप कई ग्लेशियर की भेदी होगी, ध्रुवीय क्षेत्रों में बर्फ पिघलेगी और दुनिया की बर्फ गायब हो सकती है।

③ Increase in natural hazards because of increased concentration of CO_2 and due to much warmer tropical oceans, there may occur more cyclones.

③ CO_2 की बढ़ती सांद्रता और अधिक गर्म उपोष्णकटिबंधीय महासागरों के कारण अधिक चक्रवात और तूफान आ सकते हैं।

④ Effect on productivity a slight increase in global temperature can adversely affect the world food production.

④ वैश्विक तापमान में मामूली विश्व खाद्य उत्पादन पर प्रभाव डाल सकती है, सतह की परत गर्म होने से वैश्विक उत्पादन भी कम हो जाती है।

⑤ The hardwood trees and plants will become dominant as softwood plants will not be able to cope with increase temperature.

⑤ कठोर लकड़ी के पेड़ पौधे प्रमुख हो जायेंगे, क्योंकि नरम लकड़ी के पौधे बढ़ते तापमान का सामना करने में सक्षम नहीं होंगे।

* Reduce the global warming-

① CO_2 level can be decreased by drastic cut in the consumption of fossil fuels in the highly developed and industrialized countries.

① अत्यधिक विकसित और औद्योगिक देशों में ईंधन की खपत में भारी कटौती करके CO_2 स्तर को कम किया जा सकता है।

② Biogas Biogas is the another alternative source of environment friendly energy for domestic use.

③ The developed countries should give sufficient economic aid to the under developed countries to generate solar energy on commercial level.

Centroid and Moment of Inertia

* Centroid:- The plane

Centre of Gravity:-

(गुरुत्व केन्द्र)

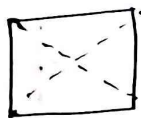
किसी पिंड का वह बिंदु होता है, जिस पर उसका पूरा भार काम करता हुआ माना जा सके।

whole wt. of the body may be assumed to act that point.

* Centroid:- परिमेय केन्द्र

किसी सतह का क्षेत्रफल केन्द्र या परिमेय, वह बिंदु होता है, जिस पर पूरा क्षेत्रफल केन्द्रित होता है। (ज्यामिती का केन्द्र)

→ The plane diagram like Δ , circle, quadrilaterals have only area, but no mass. the centre of area of such diagram is known as centroid.



gravity = 0 approx

But in solid -



Centre of mass.

Difference

Centre of gravity

① It is the point inside or outside the body where the whole the weight of the body is assumed to be act.

Centroid.

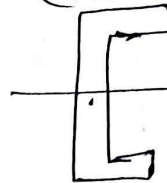
② It is the point inside or outside of the body where area of the entire body acts.

② It is defined for the solid bodies like sphere, cylinder, cone etc.

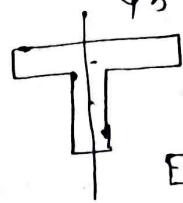
ये ~~सब~~ केवल दोषों के लिए परिभाषित होता है।

Refer every axis -

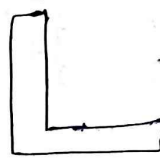
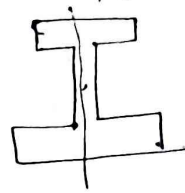
symmetrical - (समरूपता)



x के about

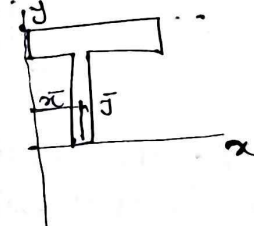


y के about



unsymmetrical

Reference axis:-



Centre of gravity of symmetrical section - (coordinates है) $\rightarrow \bar{x}, \bar{y}$

symmetrical about y axis -

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2 + \dots + a_n y_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

यदि $\bar{x} = 0$ हो जाय तो $a_1 + a_2 + \dots + a_n$

symmetrical about x-axis -

$$\bar{x} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

Unsymmetrical section:-

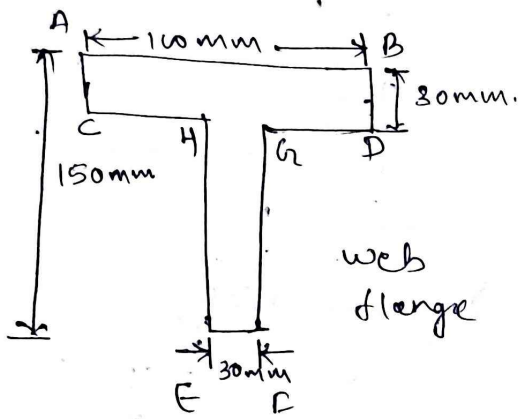
$$\bar{x} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2 + \dots + a_n y_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

Homogeneous, और Isotropic, होने
 same material + same direction
 तब (centroid और c.o.g एक ही होगा)

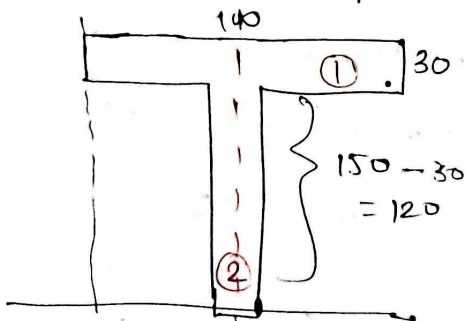
Ques ① Find the centre of gravity of a $100\text{mm} \times 150\text{mm} \times 30\text{mm}$ T section.

* चित्र में प्रदर्शित टी-काट के केन्द्र की स्थिति काह कीजिए।



Solve- As the section is symmetrical about Y-Y axis, bisecting the web, therefore c.o.g. will lie on this axis.

हम इस काट में Y-Y सममिति अक्ष हैं, केन्द्र/गुरुत्व केन्द्र की स्थिति काह Y-Y पर होगी।



formula -
$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

$a_1 = 100 \times 30$

$a_1 = 3000\text{mm}^2$

$y_1 = \frac{30}{2} + 120$

(2)

$y_1 = 135\text{mm}$

$a_2 = 120 \times 30$
 $= 3600\text{mm}^2$

$y_2 = \frac{120}{2} = 60\text{mm}$

$$\bar{y} = \frac{(3000 \times 135) + (3600 \times 60)}{3000 + 3600}$$

$\bar{y} = 94.7\text{mm}$ Ans.

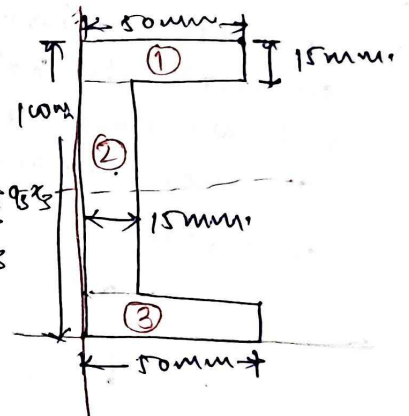
then centroid / centre of gravity
 $\bar{y} = 94.7\text{mm}$

Ques ②

Find the c.o.g of channel section $100\text{mm} \times 50\text{mm} \times 15\text{mm}$.

symmetry about Y-Y axis.

$$\bar{x} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3}{a_1 + a_2 + a_3}$$



$a_1 = 15 \times 50$

$a_1 = 750\text{mm}^2$

$x_1 = \frac{50}{2} = 25\text{mm}$

$a_2 = (100 - 30) \times 15$

$a_2 = 1050\text{mm}^2$

$x_2 = \frac{15}{2} = 7.5\text{mm}$

$a_3 = 50 \times 15$

$a_3 = 750\text{mm}^2$

$x_3 = \frac{50}{2} = 25\text{mm}$

$\bar{x} = 17.8\text{mm}$

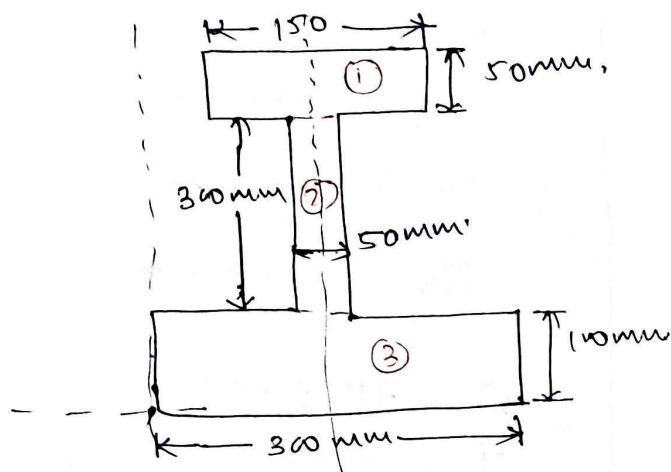
An I-section has the following in mm units.

Bottom flange - 300×100

Top flange - 150×50

web - 300×50

Find out the position of C.G.



$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3}{a_1 + a_2 + a_3}$$

$$a_1 = 150 \times 50$$

$$a_1 = 7500 \text{ mm}^2$$

$$y_1 = \frac{50}{2} + 300 + 100$$

$$y_1 = 425 \text{ mm}$$

$$a_2 = 300 \times 50$$

$$a_2 = 15000 \text{ mm}^2$$

$$y_2 = \frac{300}{2} + 100$$

$$y_2 = 250$$

$$a_3 = 300 \times 100$$

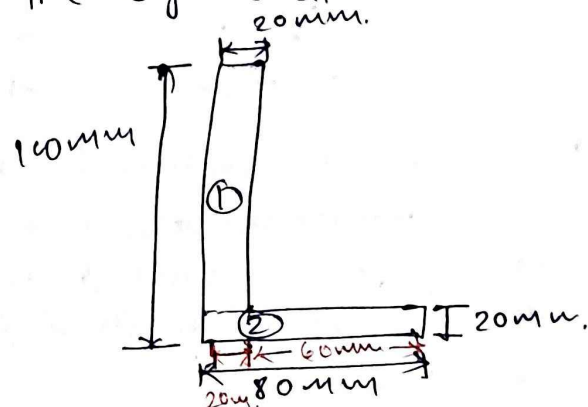
$$= 30000 \text{ mm}^2$$

$$y_3 = \frac{100}{2} = 50 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = 160.7 \text{ mm}$$

④ Find the Centroid of an unequal angle section $100 \text{ mm} \times 80 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$.

Solve - As the section is not symmetrical about any axis therefore we have to find out the values of $\bar{x}$ & $\bar{y}$ for the angle section.



$$\bar{x} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2}{a_1 + a_2}$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2}{a_1 + a_2}$$

$$a_1 = 100 \times 20$$

$$a_1 = 2000 \text{ mm}^2$$

$$x_1 = \frac{20}{2} = 10 \text{ mm}$$

$$a_2 = (80 - 20) \times 20$$

$$a_2 = 1200 \text{ mm}^2$$

$$x_2 = \frac{60}{2} + 20$$

$$x_2 = 50 \text{ mm}$$

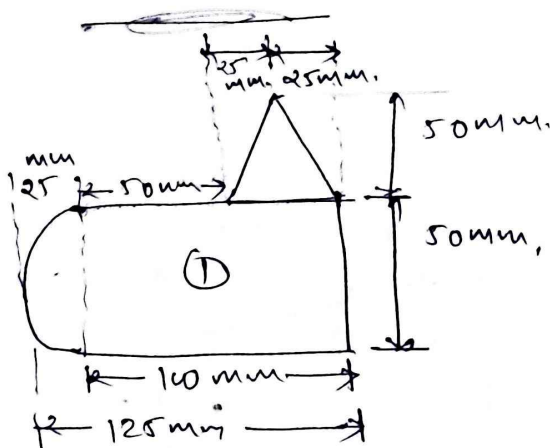
$$y_1 = \frac{100}{2} = 50 \text{ mm}$$

$$y_2 = \frac{20}{2} = 10 \text{ mm}$$

$$\bar{x} = 25 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = 35 \text{ mm}$$

- ⑤ Determine the C.G. of the lamina. All dimensions are in mm.



Solues As the section is not symmetrical about any axis, therefore we have to find out the values of both $\bar{x}$ & $\bar{y}$ for the lamina.

$$\bar{x} = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3}{a_1 + a_2 + a_3}$$

$$\bar{y} = \frac{a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3}{a_1 + a_2 + a_3}$$

* ① Rectangular section.

$$a_1 = 100 \times 50$$

$$a_1 = 5000 \text{ mm}^2$$

$$x_1 = \frac{100}{2} + 25$$

$$x_1 = 75 \text{ mm.}$$

$$y_1 = \frac{50}{2} = 25 \text{ mm.}$$

② Semicircular section:

$$a_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \times (25)^2}{2} = 982 \text{ mm}^2$$

$$x_2 = 25 - \frac{4r}{3\pi}$$

$$x_2 = 25 - \frac{4 \times 25}{3}$$

$$x_2 = 14.4 \text{ mm.}$$

③ Triangular Portion:

$$a_3 = \frac{1}{2} \times 50 \times 50$$

$$a_3 = 1250 \text{ mm}^2$$

$$x_3 = 25 + 25 + 50$$

$$x_3 = 100 \text{ mm.}$$

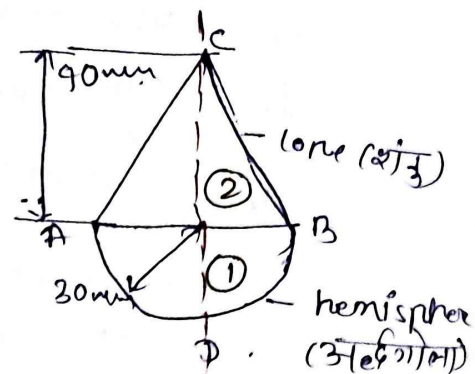
$$y_3 = \frac{50}{3} + 50$$

$$y_3 = 66.7 \text{ mm.}$$

$$\bar{x} = 71.7 \text{ mm.}$$

$$\bar{y} = 32.2 \text{ mm.}$$

⑥ A body consist of a right find the position of C.G. of the body. (अवकाश है)



$$\bar{y} = \frac{v_1 y_1 + v_2 y_2}{v_1 + v_2}$$

$$v_1 = \frac{2}{3} \pi r^3 \quad \text{Volume of hemisphere}$$

$$v_1 = 18000\pi \text{ mm}^3$$

$$y_1 = \frac{5r}{8} = 18.75$$

अर्ध गोला है, इसे।

$$y_1 = \frac{30}{2} = 15 \text{ mm.}$$

② Triangle:-

$$A_2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 30$$

$$A_2 = 1200 \text{ mm}^2$$

$$x_2 = \frac{2h}{3} \quad (\leftarrow \text{सम corner ले लिया है. समलिय})$$

$$x_2 = \frac{80 \times 2}{3} = 53.3 \text{ mm.}$$

$$y_2 = 30 + \frac{30}{3} (y_3)$$

$$y_2 = 40 \text{ mm.}$$

Semicircle:-

$$A_3 = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_3 = \frac{\pi}{2} \times (20)^2$$

$$A_3 = 628.3 \text{ mm}^2$$

$$x_3 = 40 + \frac{40}{2}$$

$$x_3 = 60 \text{ mm.}$$

$$y_3 = \frac{4r}{3\pi}$$

$$y_3 = \frac{4 \times 20}{3\pi}$$

$$y_3 = 8.5$$

then

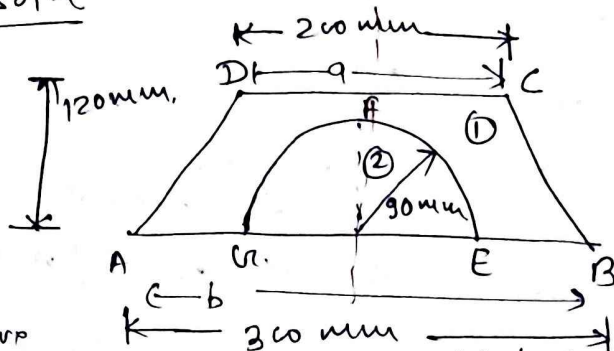
$$x = 41.1 \text{ mm.}$$

$$y = 26.5 \text{ mm.}$$

⑥

A semicircle of 90 mm radius is cut out from a trapezium. Find the position of the centre of gravity of the fig.

Solve



Solve

As the section is symmetrical about Y-Y axis.

(a) Trapezium ABCD:-

$$A_1 = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}$$

$$A_1 = \text{height} \times \left(\frac{\text{Sum of 2 parallel lines}}{2} \right)$$

$$A_1 = \frac{\text{sum of 2 parallel lines}}{2} \times \text{height}$$

$$A_1 = \left(\frac{300 + 200}{2} \right) \times 120$$

$$A_1 = 30,000 \text{ mm}^2$$

Formula

for

$$y_1 = y_3 \left(\frac{b + 2a}{b + a} \right)$$

$$y_1 = \frac{120}{3} \left(\frac{300 + 2 \times 200}{300 + 200} \right)$$

$$y_1 = 56 \text{ mm.}$$

⑥

Semicircle:-

$$A_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{1}{2} \pi (90)^2$$

$$A_2 = 4050 \pi \text{ mm}^2$$

$$y_2 = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4 \times 90}{3\pi}$$

$$y_2 = \frac{120}{\pi}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A_1 - A_2}$$

$$(\bar{y} = 69.1) \text{ mm.}$$

Moment of Inertia (जड़त्व आघूर्ण)

→ moment of a force (P) about a point, is the product of the force and perpendicular distance (x) b/w the point and the line of action of the force = (Px). This moment is also called first moment of force.

If this moment is again multiplied by the perpendicular distance (x) b/w the point and the line of action of the force $Px(x) = Px^2$ then this quantity is called second moment of a force or moment of inertia.

Unit = mm⁴

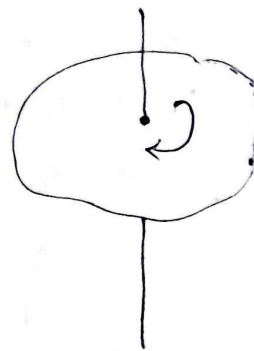
Hindi

- न्यूटन के प्रथम नियम के अनुसार हम जानते हैं कि हर वस्तु अपनी विराम अवस्था या गतिमान अवस्था में तब तक बनी रहती है, जब तक कि बाहरी बल लगाकर उसकी अवस्था को बदलने के लिए प्रयास न किया जाये। वस्तुओं के इस गुण को जड़त्व कहते हैं।

इस गुण के कारण ही जब वस्तुएं बल लगाने पर, अपनी स्थिति में किसी परिवर्तन का विरोध करती हैं।

हीक उनी अगर जब किसी वस्तु की उससे से गुजरने को किसी अक्ष के परितः घूर्णन कराया जाता है या

घूर्णन कर रही वस्तु को रोकने के लिए बल लगाया जाता है, तब वस्तु अपनी स्थिति परिवर्तन का विरोध करती है। वस्तुओं के इस धर्मीय जड़त्व को जड़त्व आघूर्ण कहते हैं।



विराम (static)

Moment of Inertia of Plane Area

Section	MOI.
① Rect.	$\bar{x} = b/2$ $\bar{y} = d/2$ $I_{xx} = \frac{bd^3}{12}$ $I_{yy} = \frac{db^3}{12}$
② Circle	$I_{xx} = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_{yy} = \frac{\pi d^4}{64}$
③ Triangle	$I_{xx} = \frac{bh^3}{36}$ $I_{yy} = \frac{hb^3}{36}$

* I_{AB} = moment of Inertia of the area about an axis AB .

I_G = MOI of the area about its C.G.

A = Area of the section.

h = distance b/w C.G. of the section and axis AB .

समान्तर अक्ष प्रमेय:-

इस प्रमेय के अनुसार यदि किसी समतल क्षेत्र के गुरुत्व केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के परिः उसका जड़त्व आधूर्ण I_G है, तब गुरुत्व केन्द्र से h दूरी पर स्थित और पहले अक्ष के समानान्तर AB के परिः जड़त्व आधूर्ण निम्न समीकरण से निकाला जाता है

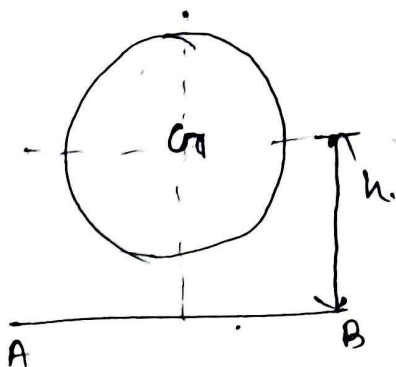
$$I_{AB} = I_G + Ah^2$$

I_{AB} = AB अक्ष के परिः क्षेत्र का जड़त्व आधूर्ण

I_G = गुरुत्व - केन्द्र के परिः क्षेत्र का जड़त्व आधूर्ण

A = क्षेत्र का क्षेत्रफल

h = क्षेत्र के गुरुत्व केन्द्र और अक्ष AB के बीच की दूरी।



* Theorem of Perpendicular Axis (9)
axis -

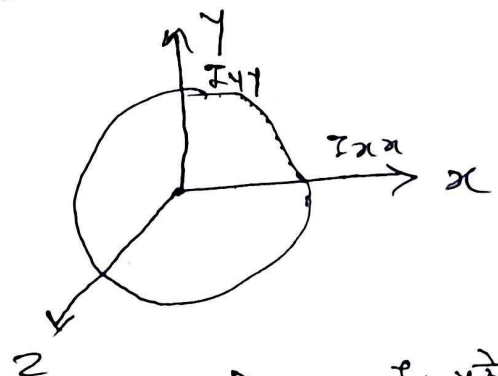
It states, If I_{xx} and I_{yy} be the moments of Inertia of a plane section about 2 perpendicular axis meeting at O , the moment of Inertia I_{zz} about the axis $z-z$, perpendicular to the plane and passing through the intersection of $x-x$ and $y-y$ is given by -

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$$

* लंब अक्ष प्रमेय:-

लंब अक्ष प्रमेय के अनुसार यदि I_{xx} और I_{yy} बिन्दु O पर मिलने वाले परस्पर लंबवत अक्षों के परिः किसी समतल क्षेत्र के जड़त्व आधूर्ण है तब $x-x$ अक्ष $y-y$ के लंबवत और उनके मूल बिन्दु से गुजरने वाले अक्ष $z-z$ के परिः जड़त्व आधूर्ण निम्न संबंध से दिया जा सकता है -

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$$



z लंबवत होगा x और y के।
तो z का $I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$ होगा।